Funkcija raspodele

Sledećom definicijom se uvodi jedna važna karakteristika koja se odnosi na svaku slučajnu veličinu, bez obzira na to koliko ona ima vrednosti.

Definicija 2. ***Funkcija raspodele***
Neka je X slučajna veličina. Realna funkcija F definisana jednakošću $F(x) = P\{\omega|X(\omega) \leq x\} = P\{X \leq x\}$, $x \in R$ je funkcija raspodele slučajne veličine X.

Teorema 1. ***Osobine funkcije raspodele***

Ako je F funkcija raspodele neke slučajne veličine, tada:
1° *F je neopadajuća funkcija*
2° $F(-\infty) = \lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 0$, $F(+\infty) = \lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = 1$,
3° *F je neprekidna sa desne strane za svako $x \in R$,*
4° *F ima najviše prebrojivo mnogo tačaka prekida i to su prekidi prve vrste.*

Osobine funkcije raspodele date u Teoremi 1 se dokazuju po definiciji slučajne veličine i na osnovu osobina verovatnoće. Tako je osobina 1 posledica monotonosti verovatnoće, osobina 2 posledica finitnosti slučajne veličine, dok osobina 3 proizilazi iz neprekidnosti verovatnoće (podsetite se u Lekciji 1).

Sa teorijske tačke gledišta veoma je značajna činjenica da za svaku funkciju F koja zadovoljava uslove 1, 2 i 3 Teoreme 1 postoji prostor verovatnoća i na njemu zadana slučajna veličina X, kojoj je F funkcija raspodele. Takođe, ako slučajne veličine X i Y imaju istu funkciju raspodele, onda je $P[X \neq Y] = 0$.

U praksi je od posebnog značaja mogućnost da se korišćenjem funkcije raspodele računaju verovatnoće u vezi sa odgovarajućom slučajnom veličinom. Naime, ako je F funkcija raspodele slučajne veličine X i a i b realni brojevi takvi da je $a < b$, tada je:

$$P\{a < X \leq b\} = F(b) - F(a).$$

Takođe važe i jednakosti:

$$P\{X > b\} = 1 - F(b),$$
$$P\{X \geq b\} = 1 - F(b) + P(X = b),$$
$$P\{a \leq X \leq b\} = F(b) - F(a) + P(X = a),$$
$$P\{X \leq a \cup X > b\} = F(a) + (1 - F(b)),\ a<b.$$